

デジタル PLL
理論と実践

- 目 次 -

1. はじめに.....	3
2. アナログ PLL	4
2.1 PLL の系	4
2.1.1 位相比較器.....	4
2.1.2 ループフィルタ.....	4
2.1.3 電圧制御発振器(VCO).....	4
2.1.4 分周器.....	5
2.2 ループフィルタ抜き PLL 伝達関数	5
2.3 ループフィルタ	6
2.3.1 ラグフィルタの伝達関数と周波数特性.....	6
2.3.2 ラグリードフィルタの伝達関数と周波数特性.....	8
2.4 PLL 全体の周波数特性	10
2.4.1 ラグフィルタを使った PLL 全体の伝達関数と周波数特性.....	10
2.4.2 ラグリードフィルタを使った PLL 全体の伝達関数と周波数特性.....	12
2.5 PLL の過渡応答特性	12
3. デジタル PLL	16
3.1 PLL の系のデジタルでの扱い	16
3.1.1 位相比較器.....	16
3.1.2 デジタルループフィルタ.....	17
3.1.3 電圧制御発振器(VCO).....	17
3.1.4 分周器.....	18
3.2 デジタルループフィルタ	20
3.2.1 ラグフィルタの z 変換と周波数特性.....	20
3.2.2 ラグリードフィルタの z 変換と周波数特性.....	22
3.3 デジタルループフィルタの係数導出	23
3.4 PLL 全体の特性	25
3.4.1 $\zeta = 0.05$ での特性.....	25
3.4.2 $\zeta = 0.317$ での特性.....	26
4. デジタル PLL の C 言語によるプログラムでの実現.....	28
4.1 PLL の各系の実現	28
4.1.1 位相比較器.....	29
4.1.2 デジタルループフィルタ.....	29
4.1.3 電圧制御発振器(VCO).....	30
4.1.4 分周器.....	31
4.2 入力信号の生成	31
4.3 PLL の実現	32
4.3.1 分周比=1 ($\zeta = 0.05$).....	33
4.3.2 分周比=1 ($\zeta = 0.317$).....	33
4.3.3 分周比=2.....	34

1. はじめに

PLLとは「phase-locked loop」の略で、出力波と入力波の位相を比較し、その位相差を使って出力波を制御する事により、入力波に同期した安定した出力波を生成する仕組みであり、負帰還技術を応用した回路である。

本書では、まずアナログPLLを使って、PLLの動作の仕組みを説明し、それをデジタルで扱う方法を、数学的観点に基づいて理論的に説明している。本書の特徴として、理論を数学的観点に基づいて説明している事から、PLLの動作を理解できると共に、その動作の理論も理解できる内容となっている。また、デジタルでのPLLをC言語プログラムで実現する方法を記載しているので、これからPLLを学ぶ方は勿論の事、実践でPLLを使用しようとする方にも即効性のある内容となっている。

SAMPLE

2. アナログ PLL

2.1 PLL の系

PLL の一般的なブロック図を図 2.1-1 に示す。

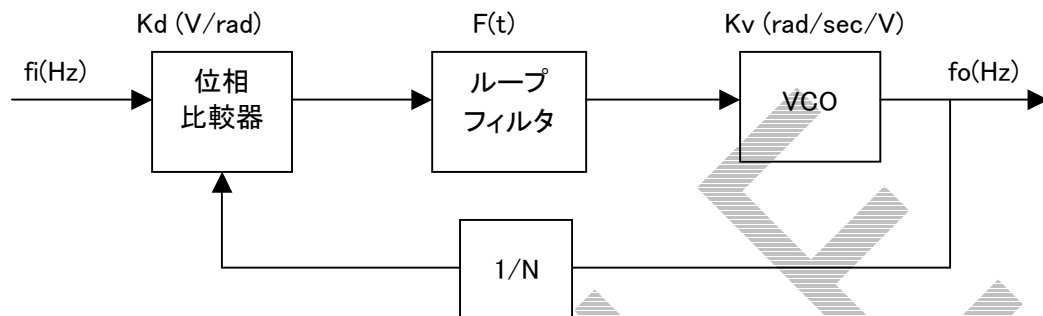


図 2.1-1 PLL ブロック図

K_d : 位相比較器(V/rad)
 K_v : 電圧制御発振器 (rad/sec/V)
 $F(t)$: ループフィルタ
 N : 分周器

2.1.1 位相比較器

f_i と f_o の位相を比較し、位相差に応じた電圧を出力する。ある時点での f_i と f_o の位相を θ_i 、 θ_o とすると、位相比較器から出力される電圧は $K_d[V/\text{rad}]$ を使い

$$K_d(\theta_i - \theta_o) [V]$$

となり、これが位相比較器からの出力である

2.1.2 ループフィルタ

ローパスフィルタであり、位相比較器の出力を、このフィルタに通じて、電圧を出力する。位相比較器の出力を $x(t)$ 、フィルタからの出力を $y(t)$ と

$$y(t) = F(t) \times x(t) [V]$$

となる。

2.1.3 電圧制御発振器(VCO)

電圧に応じた発振波形(角周波数[rad/s])を出力する。ループフィルタからの出力 $y(t)$ を使って電圧制御発振器から出力される角周波数は $K_v[\text{rad/s/V}]$ を使い

$$K_v \times y(t) [\text{rad/s}]$$

となり、これを Hz に直した値が PLL から出力される周波数[f_o]となる。

2. 4 PLL 全体の周波数特性

前章迄で、PLL の各系毎の特性を記載したので、ここでは PLL 全体の周波数特性を記載する。PLL は、負帰還回路であるので、負帰還回路と同じように伝達関数を求める。PLL の系とループフィルタを総合した伝達関数(開ループ利得)を A_o とすると

$$A_o(s) = K(s) \cdot F(s) \quad K(s) = \frac{K_v \times K_d}{N} \times \frac{1}{s}, \quad F(s) = \text{ループフィルタ伝達関数}$$

よって、負帰還を考慮した、PLL 全体の伝達関数 A_c は

$$A_c(s) = \frac{K(s) \cdot F(s)}{1 + K(s) \cdot F(s)} = \frac{K \cdot F(s)}{s + K \cdot F(s)} \quad K = \frac{K_v \times K_d}{N}$$

となる。

2.4.1 ラグフィルタを使った PLL 全体の伝達関数と周波数特性

$F(s) = \frac{1}{sRC+1}$ なので、PLL 全体の伝達関数 A_c は

$$A_c(s) = \frac{K}{RCs^2 + s + K}$$

となり、 $s = j\omega$ とすると

$$A_c(j\omega) = \frac{K}{\sqrt{(K - \omega^2 RC)^2 + \omega^2}} e^{j\left(-\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{K - \omega^2 RC}\right)\right)}$$

となる。

$K_d = \frac{1}{\pi}$, $K_v = 2\pi \times 60$, $N = 1$, $R = 154k\Omega$, $C = 1\mu F$ とした周波数特性を図

2. 4-1 に示す。

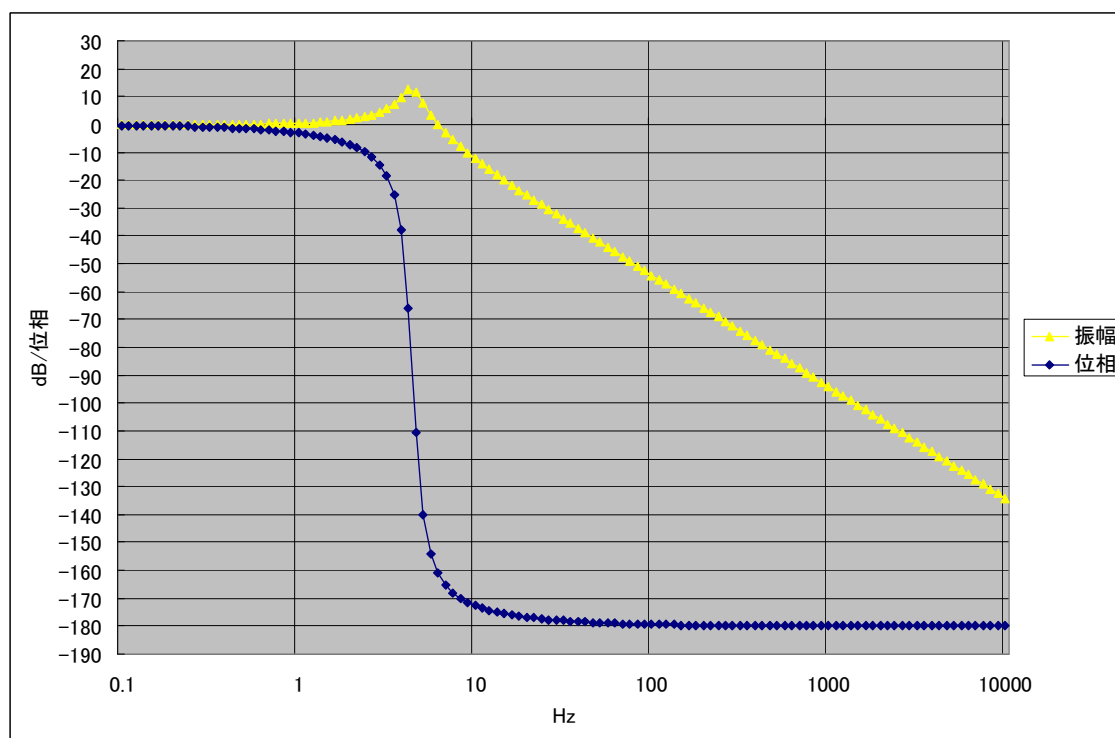


図 2. 4-1 ラグフィルタを使った PLL 全体の周波数特性

3.2 デジタルループフィルタ

デジタルループフィルタは主にアナログローパスフィルタの差分方程式を採用するが、主に使われるフィルタについて説明する。

3.2.1 ラグフィルタの z 変換と周波数特性

微分方程式は 2.3.1 より

$$V_i(t) = RC \frac{dV_o(t)}{dt} + V_o(t)$$

これを差分方程式にすると

$$V_i(n) = RC \frac{V_o(n) - V_o(n-1)}{T} + V_o(n)$$

$$V_o(n) = \frac{1}{1 + \frac{T}{RC}} V_o(n-1) + \frac{1}{1 + \frac{RC}{T}} V_i(n)$$

$$a = \frac{1}{1 + \frac{T}{RC}}, \quad b = \frac{1}{1 + \frac{RC}{T}} \text{ として}$$

$$V_o(n) = aV_o(n-1) + bV_i(n)$$

ブロック図を図 3.2-1 に示す。

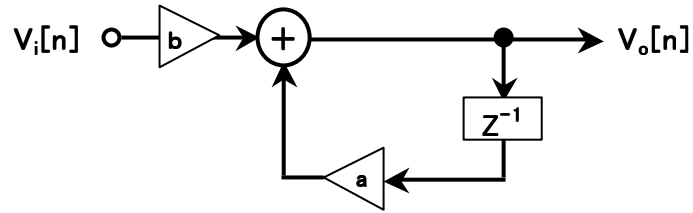


図 3. 2-1 ラグフィルタブロック図

さらに z 変換して

$$V_o(z) = az^{-1}V_o(z) + bV_i(z)$$

$$\frac{V_o(z)}{V_i(z)} = \frac{b}{1 - az^{-1}}$$

となり、 $z = e^{j\omega T}$ とすると

$$\frac{V_o(e^{j\omega T})}{V_i(e^{j\omega T})} = \frac{b}{\sqrt{(1 - a \cos(\omega T))^2 + (a \sin(\omega T))^2}} e^{j\left(-\tan^{-1}\left(\frac{a \sin(\omega T)}{1 - a \cos(\omega T)}\right)\right)}$$

となる。

$R = 154\text{k}\Omega$, $C = 1\ \mu\text{F}$, $T = 20.8\ \mu\text{s}$ (48kHz) とした周波数特性を図 3. 2-2 に示す。

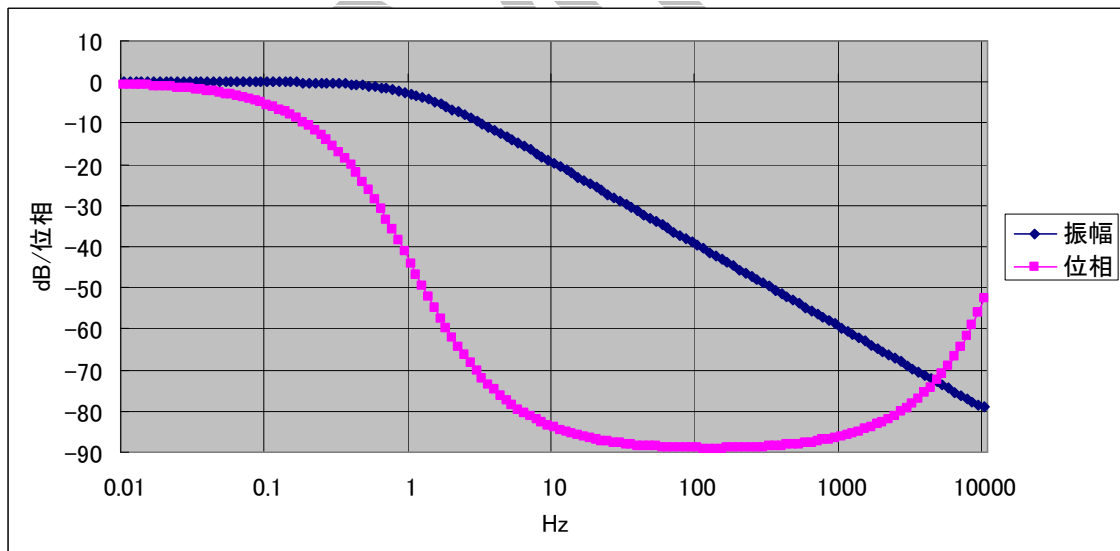


図 3. 2-2 デジタルラグフィルタの周波数特性

グラフからも判るように、周波数特性はアナログとほぼ一致している。位相特性は高域で位相が進んでいるが、これはデジタル化に伴う特徴であり、高域では振幅が十分に減衰しているので、アナログのデジタル化として使用しても問題無い事がわかる。